

УДК 303.447.22

СЕРГІЙ ДЕМБИЦЬКИЙ,

кандидат соціологічних наук, молодший науковий співробітник відділу методології і методів соціології НАН України

Роздільний аналіз підгруп у метааналізі (на прикладі даних крос-національних досліджень)

Анотація

Статтю присвячено виявленню чинників гетерогенності в рамках метааналізу засобами роздільного аналізу підгруп. Розглянуто три відповідні моделі аналізу (фіксованих ефектів; випадкових ефектів із використанням роздільної оцінки τ^2 ; випадкових ефектів із використанням об'єднаної оцінки τ^2) і три методи, кожен з яких можна застосовувати в будь-якій із моделей (Z-тест; Q-тест, ґрунтований на аналізі дисперсії; Q-тест гетерогенності).

На підставі практичного прикладу із застосуванням відношення шансів як величин ефектів продемонстровано порівняння підгруп за кожною моделлю і кожним методом (емпіричною базою слугували результати четвертої хвилі Європейського соціального дослідження).

Ключові слова: *метааналіз, моделі роздільного аналізу підгруп, методи роздільного аналізу підгруп*

Вступ

У своїх попередніх працях я розглянув основи базових обчислень та оцінювання гетерогенності в рамках метааналізу [Дембицкий, 2012; Дембицкий, 2013]. Оцінювання гетерогенності в більшості випадків зумовлює використання процедур, призначених для оцінювання чинників, що потенційно впливають на досліджуваний взаємозв'язок (так звані змінні-посередники). До таких процедур належать роздільний аналіз підгруп і метарегресія.

Вони важливі в тих випадках, коли відмінності в результатах аналізованих досліджень є як пов'язаними із випадковими помилками, так і викли-

каними сутнісними причинами (наприклад, відміними в дизайні дослідження або певними характеристиками учасників). У такому разі метааналіз дає змогу не лише виявити середню величину ефекту (аналітичний метааналіз), а й розкрити потенційні джерела гетерогенності (експлораторний метааналіз), що вказують на модифікатори досліджуваного взаємозв'язку [Song, 2001: р. 127].

Роздільний аналіз підгруп підходить для ситуацій, коли відповідна змінна-посередник є категоріальною (очевидно, що будь-яку змінну можна привести до вигляду категоріальної), а метарегресія — для ситуацій, що передбачають використання безперервних змінних-посередників.

У рамках цієї статті я спинився на описі засад виявлення джерел гетерогенності шляхом роздільного аналізу підгруп. Що стосується метарегресії, то її розгляд (разом із розглядом засад метааналітичних розрахунків через один із комп'ютерних статистичних пакетів) буде здійснено в окремій статті.

Моделі і методи роздільного аналізу підгруп¹

На відміну від обчислення середнього зваженого величин ефектів, за роздільного аналізу підгруп використовують не дві моделі (фіксованих та випадкових ефектів), а три: 1) фіксованих ефектів; 2) випадкових ефектів із використанням роздільної оцінки τ^2 ; 3) випадкових ефектів із використанням об'єднаної оцінки τ^2 .

Перша модель доцільна для випадків, коли всі дослідження відображають одну істинну величину ефекту, а спостережувані відмінності зумовлені суто випадковими помилками. Використання цієї моделі либонь виглядає дивним, оскільки модель фіксованих ефектів передбачає відсутність гетерогенності, що робить роздільний аналіз підгруп непотрібним. Жодних пояснень з цього приводу я не знайшов. Одна із ситуацій використання цієї моделі можлива в тому разі, коли є побоювання щодо умов проведення групи досліджень, котрі планувалися як ідентичні за своїми ключовими параметрами, тобто розроблялися під модель фіксованих ефектів.

Якщо ж передбачається, що в різних групах досліджень відображені різні істинні величини ефекту, слід використовувати одну із двох моделей випадкових ефектів. Перша модель (із роздільною оцінкою τ^2) підходить для випадків, коли передбачається, що рівень істинної мінливості в різних підгрупах досліджень різниться. Якщо ж передбачається рівність істинної мінливості в підгрупах, тоді доречно використовувати другу модель (з об'єднаною оцінкою τ^2).

Важливо також пам'ятати, що модель із роздільною оцінкою τ^2 передбачає наявність достатньої кількості досліджень у кожній підгрупі. У протилежному разі оцінний параметр (T^2) не буде достатньо точним. Отже, за малих обсягів вибірки (п'ять і менше досліджень у кожній підгрупі) слід використовувати другу модель у будь-якому випадку.

¹ Основний матеріал, що стосується теорії й основних розрахунків у разі роздільного аналізу підгруп у метааналізі взято із: [Borenstein et al., 2009: р. 149–183].

Логіку вибору між трьома моделями узагальнено далі (див. рис. 1).

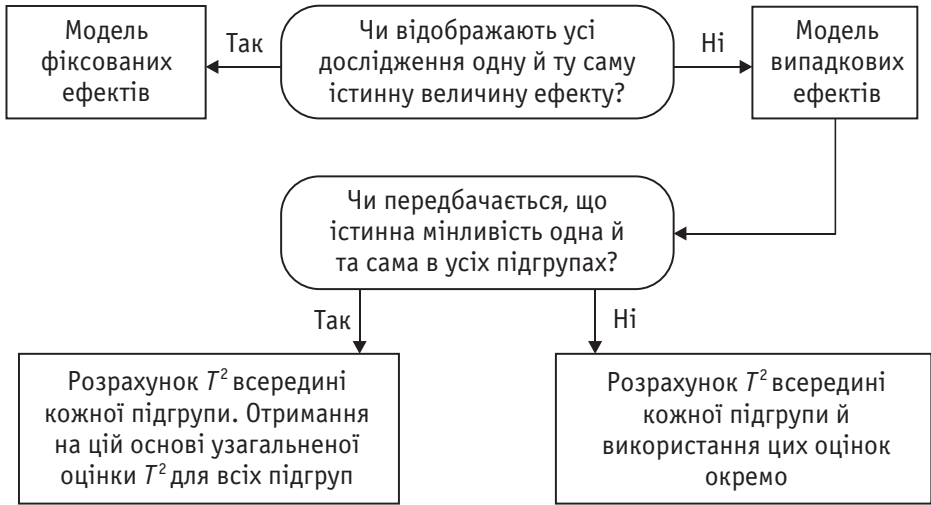


Рис. 1. Вибір моделі роздільного аналізу підгруп у метааналізі

Для кожної зі згаданих моделей доступні три методи порівняння підгруп: 1) Z -тест; 2) Q -тест, ґрунтований на аналізі дисперсії; 3) Q -тест гетерогенності.

Z -тест підходить для випадків, коли кількість порівнюваних підгруп дорівнює двом. Якщо ж кількість порівнюваних підгруп перевищує дві, тоді слід використовувати один із Q -тестів. Q -тест, ґрунтований на аналізі дисперсії, є аналогом дисперсійного аналізу (ANOVA). Що стосується Q -тесту гетерогенності, то в разі його використання кожна з підгруп розглядається як окреме дослідження, а вже для оцінювання їх (підгруп як окремих досліджень) гетерогенності використовують формули, аналогічні формулам статистичної перевірки за допомогою Q -тесту, розглянуті в моїй попередній статті (формули 1.1 і 1.2) [Дембицкий, 2013: с. 155–156]. У математичному сенсі всі три методи порівняння підгруп є еквівалентними.

Далі для демонстрації розрахунків використано ті самі дані, що й у попередніх статтях, тобто дані четвертої хвилі Європейського соціального дослідження, присвячені зв'язку статі респондента із тим, чи працював він за кордоном за останні 10 років.

Фактором, на підставі якого здійснюється розбивка на підгрупи, обрано регіон Європи — Західний чи Східний. До Східного регіону Європи віднесено всі постсоціалістичні країни, до Західного — всі інші, за винятком Ізраїлю і Туреччини (їх видалено із бази даних)¹. Таке групування здійснено на підставі гіпотези про те, що в країнах із великим досвідом демократії відмінності в досвіді трудової діяльності чоловіків і жінок менші. Відповідно, величини ефектів (нагадаю, їх вимірювали з використанням натурального

¹ Рішення не враховувати дані Туреччини й Ізраїлю ґрунтується на тому, що культури цих країн є вельми специфічними з точки зору європейських цінностей. Разом із тим дані цих країн, у випадку включення їх, лише був виразили відмінності між двома регіонами.

логарифма відношення шансів) для країн Західної Європи в середньому мають бути ближчими до 0, ніж аналогічні показники для країн Східної Європи.

Як і за традиційного статистичного порівняння підгруп (наприклад, у t -тесті Стьюдента або дисперсійному аналізі), при порівнянні підгруп у метааналізі необхідно розв'язати дві задачі: 1) обчислити середню величину ефекту і дисперсію для кожної підгрупи; 2) порівняти середні ефекти між групами.

Розрахунки в моделі фіксованих ефектів

Для розрахунку середніх величин ефектів і відповідних дисперсій для кожної з підгруп використано ті самі формули, що й у моделі фіксованих ефектів. Відповідні формули розглянуто в попередніх статтях з метааналізу [Дембицкий, 2012: с. 168–169¹; Дембицкий, 2013: с. 156–157²]. Вихідні дані подано в таблицях 1 і 2.

Таблиця 1

Вихідні дані для країн Західної Європи

Країни	$\ln OR(Y_i)$	VY_i	W_i	$W_i Y_i$	$W_i Y_i^2$	W_i^2
1. Бельгія	0,432	0,043	23,38	10,10	4,36	546,62
2. Швейцарія	0,412	0,037	26,92	11,09	4,57	724,69
3. Кіпр	0,693	0,075	13,36	9,26	6,42	178,49
4. Німеччина	0,765	0,052	19,05	14,57	11,15	362,90
5. Данія	0,182	0,060	16,60	3,02	0,55	275,56
6. Іспанія	0,000	0,030	33,47	0,00	0,00	1120,24
7. Фінляндія	0,501	0,050	20,04	10,04	5,03	401,60
8. Франція	0,610	0,046	21,51	13,12	8,00	462,68
9. Велика Британія	0,536	0,036	27,79	14,90	7,98	772,28
10. Греція	0,255	0,054	18,64	4,75	1,21	347,45
11. Ірландія	0,300	0,024	41,94	12,58	3,77	1758,96
12. Голландія	0,806	0,049	20,53	16,55	13,34	421,48
13. Норвегія	0,329	0,278	3,59	1,18	0,39	12,89
14. Португалія	0,372	0,045	22,33	8,31	3,09	498,63
15. Швеція	0,513	0,038	26,54	13,62	6,98	704,37
Σ	–	–	335,69	143,09	76,84	8588,84

Розрахунки для країн Західної Європи:

$$M_{з\epsilon} = \frac{143,09}{335,69} = 0,4263;$$

¹ Формули 4.1–4.6.

² Формули 1.2–1.4.

$$V_M = \frac{1}{335,69} = 0,0030;$$

$$SE_M = \sqrt{0,003} = 0,0546;$$

$$C.i. = 0,4263 \pm 1,96 \times 0,055 = 0,4263 \pm 0,1070;$$

$$Z = \frac{0,4263}{0,055} = 7,8077;$$

$$p(Z) < 0,0001;$$

$$Q = 76,84 - \frac{143,09^2}{335,69} = 15,8470;$$

$$p(Q = 15,85; df = 14) = 0,3228;$$

$$C = 335,69 - \frac{8588,84}{335,69} = 310,1044;$$

$$T^2 = \frac{15,8470 - 14}{310,1044} = 0,0060;$$

$$I^2 = \left(\frac{15,8470 - 14}{15,8470} \right) \times 100 = 11,66\%.$$

Таблиця 2

Вихідні дані для країн Східної Європи

Країни	$\ln OR(Y_i)$	VY_i	W_i	$W_i Y_i$	$W_i Y_i^2$	W_i^2
1. Болгарія	0,207	0,043	23,32	4,83	1,00	543,82
2. Чехія	0,255	0,036	27,94	7,12	1,82	780,64
3. Естонія	1,264	0,040	25,27	31,94	40,37	638,57
4. Хорватія	0,761	0,061	16,51	12,56	9,56	272,58
5. Угорщина	0,642	0,066	15,17	9,74	6,25	230,13
6. Литва	0,647	0,038	26,12	16,90	10,93	682,25
7. Латвія	0,854	0,040	25,22	21,54	18,39	636,05
8. Польща	0,718	0,049	20,58	14,78	10,61	423,54
9. Румунія	0,307	0,051	19,60	6,02	1,85	384,16
10. Росія	1,670	0,131	7,62	12,73	21,25	58,06
11. Словенія	0,713	0,114	8,80	6,27	4,47	77,44
12. Словаччина	0,978	0,034	29,50	28,85	28,22	870,25
13. Україна	0,723	0,043	23,00	16,63	12,02	529,00
Σ	–	–	268,65	189,91	166,74	6126,49

Розрахунки для країн Східної Європи:

$$M_{с\epsilon} = \frac{181,91}{268,65} = 0,7069;$$

$$V_M = \frac{1}{268,65} = 0,0037;$$

$$SE_M = \sqrt{0,0037} = 0,0610;$$

$$C.i. = 0,7069 \pm 1,96 \times 0,0610 = 0,7069 \pm 0,1196;$$

$$Z = \frac{0,7069}{0,0610} = 11,5885;$$

$$p(Z) < 0,0001;$$

$$Q = 166,74 - \frac{189,91^2}{268,65} = 32,4917;$$

$$p(Q = 32,4917; df = 12) = 0,0012;$$

$$C = 268,65 - \frac{6129,49}{268,65} = 245,8453;$$

$$T^2 = \frac{32,4917 - 12}{245,8453} = 0,0834;$$

$$I^2 = \left(\frac{32,4917 - 12}{32,4917} \right) \times 100 = 63,07\%.$$

Щоби знайти величину ефекту для всього масиву, треба просто об'єднати суми із двох таблиць і повторити розрахунки (див. табл. 3). Заради стислості далі наведено лише результати для розрахунків по всьому масиву порівняно з результатами для обох підгруп (див. табл. 4).

Таблиця 3

Вихідні дані для розрахунку величини ефекту для всіх країн

Групи країн	W_i	$W_i Y_i$	$W_i Y_i^2$	W_i^2
Західна Європа (Σ)	335,69	143,09	76,84	8588,84
Східна Європа (Σ)	268,65	189,91	166,74	6126,49
Σ	604,34	333,00	243,58	14715,33

Таблиця 4

Підсумкові статистики для моделі фіксованих ефектів

Показники	Західна Європа	Східна Європа	Загалом
M	0,4263	0,7069	0,5510
V_M	0,0030	0,0037	0,0017
SE_M	0,0546	0,0610	0,0412
$C.i.$	$0,4263 \pm 0,1070$	$0,7069 \pm 0,1196$	$0,55 \pm 0,0808$
Q	15,8470	32,4917	60,0922
T^2	0,0060	0,0834	0,0571
I^2	11,66%	63,07%	55,07%

Тепер порівняймо величини ефектів між підгрупами, використовуючи згадані вище методи.

Z-тест

Оскільки в нашому прикладі лише дві підгрупи, ми можемо працювати безпосередньо з різницею середніх значень. Далі наведено відповідні формули:

$$1.1. Diff = M_1 - M_2 ;$$

$$1.2. Z_{Diff} = \frac{Diff}{SE_{Diff}} ;$$

$$1.3. SE_{Diff} = \sqrt{V_{M_1} + V_{M_2}} ;$$

$$1.4. p = 2[1 - (\Phi(|Z|))],$$

де $\Phi(Z)$ – нормальний кумулятивний розподіл.

Відповідні розрахунки будуть мати наступний вигляд:

$$Diff = 0,7069 - 0,4263 = 0,2806;$$

$$SE_{Diff} = \sqrt{0,0037 + 0,0030} = 0,0819;$$

$$Z_{Diff} = \frac{0,2806}{0,0819} = 3,4261;$$

$$p = 2[1 - (\Phi(|3,4261|))] = 0,0006.$$

Реалізація формули $2(1 - (\Phi(|3,4261|)))$ у програмі Microsoft Excel матиме такий вигляд: $= (1 - (\text{НОРМСТРАСП}(\text{ABS}(3,4261)))) \times 2$. Загалом результати порівняння свідчать про те, що підгрупи різняться за мірою виразності досліджуваного показника.

Q-тест, ґрунтований на аналізі дисперсії

У традиційних дослідженнях відповідний підхід полягає у поділі всієї дисперсії на дві складові – внутрішньогрупову та міжгрупову, після чого їх перевіряють на статистичну значимість із метою виявлення відмінностей між групами¹. У метааналізі використовують схожу логіку. При цьому обчислюють такі параметри: 1) Q_1 – зважена сума квадратів відхилень значень для всіх досліджень у першій групі від відповідного середнього значення; 2) Q_2 – аналогічний показник для другої групи; 3) Q_{within} – сума Q_1 і Q_2 (у більш загальному вигляді $Q_{within} = \sum Q_i$); 4) Q_{bet} – зважена сума квадратів відхилень середніх значень усіх підгруп від загального середнього значення (середнього значення для всього масиву); 5) Q – зважена сума квадратів відхилень значення для всіх досліджень від загального середнього значення ($Q = Q_{within} + Q_{bet}$).

Тепер розгляньмо розрахунки:

$$Q_{within} = 15,8470 + 32,4917 = 48,3387;$$

$$Q_{bet} = Q - Q_{within} = 60,0922 - 48,3387 = 11,7535.$$

Кожна Q -статистика перевіряється на значимість відповідно до кількості ступенів свободи. Для Q кількість ступенів свободи дорівнює кіль-

¹ Див., наприклад: [Хили, 2005: с. 293–314].

кості всіх величин ефекту мінус 1, для Q_i — кількості величин ефектів у відповідній підгрупі мінус 1, для Q_{within} — кількості усіх величин ефектів мінус кількість підгруп, для Q_{bet} — кількості підгруп мінус 1. Отже:

$$df_{within} = 28 - 2 = 26;$$

$$df_{bet} = 2 - 1 = 1.$$

Для визначення статистичної значимості в програмі Microsoft Excel слід застосувати такий вираз: = **ХИ2РАСП(Q; df)**. У таблиці 5 подано узагальнену таблицю для Q -статистик.

Таблиця 5

Підсумкові Q -статистики

Показники	Q	df	p
Західна Європа	15,8470	14	0,3228
Східна Європа	32,4917	12	0,0012
Внутрішньогрупова мінливість	48,3387	26	0,0049
Міжгрупова мінливість	11,7535	1	0,0006
Загальна мінливість	60,0922	27	0,0003

На підставі цієї таблиці можна дійти кількох висновків. По-перше, дані першої підгрупи (Західна Європа) є гомогенними, тоді як дані для другої (Східна Європа) — залишилися гетерогенними. Саме за рахунок другої групи внутрішньогрупова мінливість є статистично значимою. По-друге, можна стверджувати про відмінність підгруп. На це вказує показник статистичної значимості для міжгрупової мінливості (власне, визначення цього й було нашим головним завданням). В ідеалі статистична значимість, що її показують різні методи, має бути однаковою. Утім, у даному випадку ми спостерігаємо мінімальні відмінності (у 0,0002), зумовлені похибками розрахунків. Зрештою, загальна мінливість також вказує на гетерогенність результатів.

 Q -тест гетерогенності

Попередній метод можна реалізувати й по-іншому. Можна розглядати середні значення ефективних розмірів у двох підгрупах як два окремі дослідження (див. табл. 6), після чого перевірити їх на гетерогенність, використовуючи Q у той самий спосіб, що описаний у моїй попередній статті [Дембіцький, 2013: с. 156].

Таблиця 6

Вихідні дані (підгрупи як дослідження)

“Дослідження”	Y_i	V_{Y_i}	W_i	$W_i Y_i$	$W_i Y_i^2$
Західна Європа	0,4263	0,0030	333,33	142,10	60,58
Східна Європа	0,7069	0,0037	270,27	191,05	135,06
Σ	—	—	603,60	333,15	195,63

У даному випадку ми розпочинаємо із двох «досліджень» з величинами ефектів — 0,4263 і 0,7069, а також дисперсіями — 0,0030 і 0,0037. Далі до цих даних застосовують звичайні метааналітичні розрахунки.

$$M = \frac{333,15}{603,60} = 0,5519;$$

$$V_M = \frac{1}{603,60} = 0,0017;$$

$$Q = 195,63 - \frac{333,15^2}{603,60} = 11,7517;$$

$$p(Q = 11,7517; df = 1) = 0,0006.$$

Таким чином, ми знову дістаємо підтвердження статистично значимої відмінності між групами.

Величина відмінностей

Водночас розглянуті нами результати перевірки (у даному разі йдеться одразу про три методи) свідчать саме про статистичну, але не практичну значимість відмінностей. Тому треба також побудувати довірчий інтервал для величини відмінностей між відповідними середніми величинами ефектів (*Diff*, формула 1.1):

$$1.5. \text{ C.i.}_{Diff} = Diff \pm 1,96 \times SE_{Diff}$$

Параметри *Diff* і *SE_{Diff}* знайдено нами раніше. Виходячи з цього, 95-відсотковий довірчий інтервал відмінностей між групами дорівнює:

$$\text{C.i.}_{Diff} = 0,2806 \pm 1,96 \times 0,0819 = 0,2806 \pm 0,1605.$$

Отже, із зазначеною ймовірністю величина відмінностей потрапляє в інтервал від 0,1201 до 0,4411. При цьому слід пам'ятати, що всі розглядувані тут величини ефектів, як і всі похідні від них значення, подано в шкалі натурального логарифма. У шкалі відношення шансів межі інтервалу дорівнюватимуть 1,1276 і 1,5544 відповідно¹.

Розрахунки в моделі випадкових ефектів із використанням роздільної оцінки τ^2

Якщо в моделі фіксованих ефектів дисперсія величин ефектів включала тільки внутрішньогрупову мінливість (V_{Y_i}), то тут вона додатково включає міжгрупову мінливість ($V_{Y_i}^* = V_{Y_i} + T^2$). Оскільки обидва компоненти відомі з попередніх розрахунків, можна визначити вагу кожного з досліджень та інші параметри (див. табл. 7–8).

Ще одна відмінність стосується обчислення *Q*-статистики. У даному випадку здійснюється її переобчислення на підставі нових вихідних даних (W_i^* , $W_i^* Y_i$ та $W_i^* Y_i^2$). При цьому відповідний параметр (Q^*) потрібен для розрахунків за другим і третім методами і не використовується для пере-

¹ Щоб повернутися до оригінальної шкали, треба знайти експоненту для кожного зі значень. У Microsoft Excel ця процедура реалізується у такий спосіб: = **EXP(X)**.

вірки нульової гіпотези про гомогенність результатів (ця гіпотеза вже була перевірена). Відповідно Q^* не перевіряється на статистичну значимість.

Таблиця 7

Вихідні дані для країн Західної Європи

Країни	$\ln OR(Y_i)$	V_{Y_i}	T^2	$V_{Y_i}^*$	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
1. Бельгія	0,432	0,043	0,0060	0,049	20,41	8,82	3,81
2. Швейцарія	0,412	0,037	0,0060	0,043	23,26	9,58	3,95
3. Кіпр	0,693	0,075	0,0060	0,081	12,35	8,56	5,93
4. Німеччина	0,765	0,052	0,0060	0,058	17,24	13,19	10,09
5. Данія	0,182	0,060	0,0060	0,066	15,15	2,76	0,50
6. Іспанія	0,000	0,030	0,0060	0,036	27,78	0,00	0,00
7. Фінляндія	0,501	0,050	0,0060	0,056	17,86	8,95	4,48
8. Франція	0,610	0,046	0,0060	0,052	19,23	11,73	7,16
9. Велика Британія	0,536	0,036	0,0060	0,042	23,81	12,76	6,84
10. Греція	0,255	0,054	0,0060	0,060	16,67	4,25	1,08
11. Ірландія	0,300	0,024	0,0060	0,030	33,33	10,00	3,00
12. Голландія	0,806	0,049	0,0060	0,055	18,18	14,65	11,81
13. Норвегія	0,329	0,278	0,0060	0,284	3,52	1,16	0,38
14. Португалія	0,372	0,045	0,0060	0,051	19,61	7,29	2,71
15. Швеція	0,513	0,038	0,0060	0,044	22,73	11,66	5,98
Σ	–	–	–	–	291,12	125,36	67,73

Розрахунки для країн Західної Європи:

$$M_{зс}^* = \frac{125,36}{291,12} = 0,4306;$$

$$V_{M^*} = \frac{1}{291,12} = 0,0034;$$

$$SE_{M^*} = \sqrt{0,0034} = 0,0586;$$

$$C.i.^* = 0,4306 \pm 1,96 \times 0,0586 = 0,4306 \pm 0,1149;$$

$$Z^* = \frac{0,4306}{0,0586} = 7,3481;$$

$$p(Z^*) < 0,0001;$$

$$Q^* = 67,73 - \frac{125,36^2}{291,12} = 13,7484.$$

Таблиця 8

Вихідні дані для країн Східної Європи

Країни	$\ln OR(Y_i)$	V_{Y_i}	T^2	$V_{Y_i}^*$	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
1. Болгарія	0,207	0,043	0,0834	0,13	7,91	1,64	0,34
2. Чехія	0,255	0,036	0,0834	0,12	8,38	2,14	0,54
3. Естонія	1,264	0,040	0,0834	0,12	8,10	10,24	12,95
4. Хорватія	0,761	0,061	0,0834	0,14	6,93	5,27	4,01
5. Угорщина	0,642	0,066	0,0834	0,15	6,69	4,30	2,76
6. Литва	0,647	0,038	0,0834	0,12	8,24	5,33	3,45
7. Латвія	0,854	0,040	0,0834	0,12	8,10	6,92	5,91
8. Польща	0,718	0,049	0,0834	0,13	7,55	5,42	3,89
9. Румунія	0,307	0,051	0,0834	0,13	7,44	2,28	0,70
10. Росія	1,670	0,131	0,0834	0,21	4,66	7,79	13,01
11. Словенія	0,713	0,114	0,0834	0,20	5,07	3,61	2,58
12. Словаччина	0,978	0,034	0,0834	0,12	8,52	8,33	8,15
13. Україна	0,723	0,043	0,0834	0,13	7,91	5,72	4,14
Σ	–	–	–	–	95,50	68,99	62,42

Розрахунки для країн Східної Європи:

$$M_{CE}^* = \frac{68,99}{95,50} = 0,7224;$$

$$V_{M^*} = \frac{1}{95,50} = 0,0105;$$

$$SE_{M^*} = \sqrt{0,0105} = 0,1023;$$

$$C.i.^* = 0,7224 \pm 1,96 \times 0,1023 = 0,7224 \pm 0,2006;$$

$$Z^* = \frac{0,7224}{0,1023} = 7,0616;$$

$$p(Z^*) < 0,0001;$$

$$Q^* = 62,24 - \frac{68,99^2}{95,50} = 12,5811.$$

Як і в моделі фіксованих ефектів, при знаходженні середньої величини ефекту для всього масиву треба об'єднати суми із двох таблиць і повторити розрахунки (див. табл. 9). Заради стислості далі наведено лише результати для розрахунків по всьому масиву порівняно із результатами для обох груп (див. табл. 10).

Таблиця 9

Вихідні дані для обчислення величини ефекту для всіх країн

Групи країн	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
Західна Європа (Σ)	291,12	125,36	76,84
Східна Європа (Σ)	95,50	68,99	166,74
Σ	386,62	194,35	130,15

Таблиця 10

Підсумкові статистики для моделі випадкових ефектів

Показники	Західна Європа	Східна Європа	Загалом
M^*	0,4306	0,7224	0,5027
V_M^*	0,0034	0,0105	0,0026
SE_M^*	0,0586	0,1023	0,0509
$C.i.^*$	0,4306 \pm 0,1149	0,7224 \pm 0,2006	0,55 \pm 0,0997
Q^*	13,7484	12,5811	32,4522

Тепер порівняймо величини ефектів між підгрупами за кожним із методів. Структура формул у всіх випадках залишається тією самою, що й раніше.

Z-тест

$$Diff^* = 0,7224 - 0,4306 = 0,2918;$$

$$SE_{Diff^*} = \sqrt{0,0034 + 0,0105} = 0,1179;$$

$$Z_{Diff^*} = \frac{0,2918}{0,1179} = 2,4750;$$

$$p = 2[1 - (\Phi(|2,4750|))] = 0,0133.$$

Отже, в рамках цієї моделі перший метод також указує на статистичну значимість відмінностей між групами. При цьому ймовірність помилки зросла (хоча й залишилася на прийнятному рівні).

Q-тест, ґрунтований на аналізі дисперсії

$$Q^*_{within} = 13,7484 + 12,5811 = 26,3295;$$

$$Q^*_{bet} = Q^* - Q^*_{within} = 32,4522 - 26,3295 = 6,1227;$$

$$df_{bet} = 2 - 1 = 1;$$

$$p(Q^*_{bet} = 6,1227; df = 1) = 0,0134.$$

Результати статистичної значимості тут дещо інші, ніж у попередньому випадку (на 0,0001 більші). Тут і далі це пов'язане із похибками внаслідок округлення.

Q-тест гетерогенності

Вихідні дані подано далі (див. табл. 11).

Таблиця 11

Вихідні дані (підгрупи як дослідження)

“Дослідження”	Y_i^*	$V_{Y_i}^*$	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
Західна Європа	0,4306	0,0034	294,12	126,65	54,53
Східна Європа	0,7224	0,0105	95,24	68,80	49,70
Σ	–	–	389,36	195,45	104,24

$$M^* = \frac{195,45}{389,36} = 0,5020;$$

$$V_{M^*} = \frac{1}{389,36} = 0,0026;$$

$$Q^* = 104,24 - \frac{195,45^2}{389,36} = 6,1285;$$

$$p(Q^* = 6,1285; df = 1) = 0,0133.$$

Таким чином, ми знову дістаємо підтвердження статистично значимої відмінності між групами.

Величина відмінностей

$$C.i._{Diff} = 0,2918 \pm 1,96 \times 0,1179 = 0,2918 \pm 0,2311.$$

Розрахунки в моделі випадкових ефектів
із використанням об'єднаної оцінки τ^2

Об'єднану оцінку τ^2 отримуємо так:

$$2.1. T^2_{within} = \frac{\sum Q_i - \sum df_i}{\sum C_i},$$

де Q_i , df_i та C_i – параметри, обчислені для відповідних підгруп на підставі даних у моделі фіксованих ефектів (див. розрахунки для даних у табл. 1–2).

Дані, необхідні для знаходження об'єднаної оцінки в нашому випадку, наведено в таблиці 12.

Таблиця 12

Дані для об'єднаної оцінки τ^2

Групи країн	Q	df	C
Західна Європа (Σ)	15,8470	14	310,1044
Східна Європа (Σ)	32,4917	12	245,8453
Σ	48,3387	26	555,9497

Таким чином:

$$T_{within}^2 = \frac{48,3387 - 26}{555,9497} = 0,0402.$$

Якщо у попередній моделі кожна з підгруп мала свою оцінку τ^2 (0,0060 і 0,0834), то тут в обох групах ця оцінка дорівнює 0,0402. Відповідно, необхідно повторити розрахунки з новим параметром міжгрупової мінливості (див. табл. 13–14).

Таблиця 13

Вихідні дані для країн Західної Європи

Країни	$\ln OR(Y_i)$	VY_i	T_{within}^2	$V_{Y_i}^*$	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
1. Бельгія	0,432	0,043	0,0402	0,0832	12,02	5,19	2,24
2. Швейцарія	0,412	0,037	0,0402	0,0772	12,95	5,34	2,20
3. Кіпр	0,693	0,075	0,0402	0,1152	8,68	6,02	4,17
4. Німеччина	0,765	0,052	0,0402	0,0922	10,85	8,30	6,35
5. Данія	0,182	0,060	0,0402	0,1002	9,98	1,82	0,33
6. Іспанія	0,000	0,030	0,0402	0,0702	14,25	0,00	0,00
7. Фінляндія	0,501	0,050	0,0402	0,0902	11,09	5,55	2,78
8. Франція	0,610	0,046	0,0402	0,0862	11,60	7,08	4,32
9. Велика Британія	0,536	0,036	0,0402	0,0762	13,12	7,03	3,77
10. Греція	0,255	0,054	0,0402	0,0942	10,62	2,71	0,69
11. Ірландія	0,300	0,024	0,0402	0,0642	15,58	4,67	1,40
12. Голландія	0,806	0,049	0,0402	0,0892	11,21	9,04	7,28
13. Норвегія	0,329	0,278	0,0402	0,3182	3,14	1,03	0,34
14. Португалія	0,372	0,045	0,0402	0,0852	11,74	4,37	1,62
15. Швеція	0,513	0,038	0,0402	0,0782	12,79	6,56	3,37
Σ	–	–	–	–	169,61	74,70	40,86

Розрахунки для країн Західної Європи:

$$M_{з\epsilon}^* = \frac{74,70}{169,61} = 0,4404;$$

$$V_{M^*} = \frac{1}{169,61} = 0,0059;$$

$$SE_{M^*} = \sqrt{0,0059} = 0,0767;$$

$$C.i.^* = 0,4404 \pm 1,96 \times 0,0767 = 0,4404 \pm 0,1505;$$

$$Z^* = \frac{0,4404}{0,0767} = 5,7419;$$

$$p(Z^*) < 0,0001;$$

$$Q^* = 40,86 - \frac{74,70^2}{169,61} = 7,9605.$$

Таблиця 14

Вихідні дані для країн Східної Європи

Країни	$\ln OR(Y_i)$	VY_i	T^2_{within}	$V^*_{Y_i}$	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
1. Болгарія	0,207	0,043	0,0402	0,0832	12,02	2,49	0,52
2. Чехія	0,255	0,036	0,0402	0,0762	13,12	3,35	0,85
3. Естонія	1,264	0,040	0,0402	0,0802	12,47	15,76	19,92
4. Хорватія	0,761	0,061	0,0402	0,1012	9,88	7,52	5,72
5. Угорщина	0,642	0,066	0,0402	0,1062	9,42	6,05	3,88
6. Литва	0,647	0,038	0,0402	0,0782	12,79	8,27	5,35
7. Латвія	0,854	0,040	0,0402	0,0802	12,47	10,65	9,09
8. Польща	0,718	0,049	0,0402	0,0892	11,21	8,05	5,78
9. Румунія	0,307	0,051	0,0402	0,0912	10,96	3,37	1,03
10. Росія	1,670	0,131	0,0402	0,1712	5,84	9,75	16,29
11. Словенія	0,713	0,114	0,0402	0,1542	6,49	4,62	3,30
12. Словаччина	0,978	0,034	0,0402	0,0742	13,48	13,18	12,89
13. Україна	0,723	0,043	0,0402	0,0832	12,02	8,69	6,28
Σ	–	–	–	–	142,16	101,75	90,91

Розрахунки для країн Східної Європи:

$$M_{ce}^* = \frac{101,75}{142,16} = 0,7157;$$

$$V_{M^*} = \frac{1}{142,16} = 0,0070;$$

$$SE_{M^*} = \sqrt{0,0070} = 0,0839;$$

$$C.i.^* = 0,7157 \pm 1,96 \times 0,0839 = 0,7157 \pm 0,1644;$$

$$Z^* = \frac{0,7157}{0,0839} = 8,5304;$$

$$p(Z^*) < 0,0001;$$

$$Q^* = 90,91 - \frac{101,75^2}{142,16} = 18,0832.$$

Знову ж таки, при знаходженні середньої величини ефекту для всього масиву треба об'єднати суми із двох таблиць і повторити розрахунки (див. табл. 15). Заради стислості далі наведено лише результати для розрахунків по всьому масиву порівняно із результатами для обох груп (див. табл. 16).

Таблиця 15

Вихідні дані для розрахунку величини ефекту для всіх країн

Групи країн	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
Західна Європа (Σ)	169,61	74,70	40,86
Східна Європа (Σ)	142,16	101,75	90,91
Σ	311,77	176,45	131,77

Таблиця 16

Підсумкові статистики для моделі випадкових ефектів

Показники	Західна Європа	Східна Європа	Загалом
M^*	0,4404	0,7157	0,5660
V_M^*	0,0059	0,0070	0,0032
SE_M^*	0,0767	0,0839	0,0566
$C.i.^*$	$0,4404 \pm 0,1505$	$0,7157 \pm 0,1644$	$0,57 \pm 0,1110$
Q^*	7,9605	18,0832	31,9060

Розгляньмо застосування кожного із методів для порівняння підгруп. Формули ті самі.

Z-тест

$$Diff^* = 0,7157 - 0,4404 = 0,2753;$$

$$SE_{Diff^*} = \sqrt{0,0059 + 0,0070} = 0,1136;$$

$$Z_{Diff^*} = \frac{0,2753}{0,1136} = 2,4234;$$

$$p = 2[1 - (\Phi(|2,4234|))] = 0,0154.$$

Порівняно із попередньою моделлю значення Z зменшилося незначно. Як і в попередньому випадку, воно вказує на статистичну значимість відмінностей між групами.

Q-тест, ґрунтований на аналізі дисперсії

$$Q^*_{within} = 7,9605 + 18,0832 = 26,0437;$$

$$Q^*_{bet} = Q^* - Q^*_{within} = 31,9060 - 26,0437 = 5,8623;$$

$$df_{bet} = 2 - 1 = 1;$$

$$p(Q^*_{bet} = 5,8623; df = 1) = 0,0150.$$

Q-тест гетерогенності

Вихідні дані подано далі (див. табл. 17).

Таблиця 17

Вихідні дані (підгрупи як дослідження)

“Дослідження”	Y_i^*	$V_{Y_i}^*$	W_i^*	$W_i^* Y_i$	$W_i^* Y_i^2$
Західна Європа	0,4404	0,0059	169,49	74,64	32,87
Східна Європа	0,7157	0,0070	142,86	102,24	73,18
Σ	–	–	312,35	176,89	106,05

$$M^* = \frac{176,89}{312,35} = 0,5663;$$

$$V_{M^*} = \frac{1}{312,35} = 0,0032;$$

$$Q^* = 106,05 - \frac{176,89^2}{312,35} = 5,8737;$$

$$p(Q^* = 5,8737; df = 1) = 0,0154.$$

Величина відмінностей

$$C.i._{Diff} = 0,2753 \pm 1,96 \times 0,1136 = 0,2753 \pm 0,2227.$$

Пропорція поясненої дисперсії

Пригадаймо, що в моделі випадкових ефектів уся мінливість утворюється з випадкових помилок та істинної або міжгрупової мінливості (величина другої у відсотковому співвідношенні позначається як I^2 , а у своїй оригінальній шкалі — як T^2). При використанні об'єднаної оцінки τ^2 можна обчислити, яку пропорцію істинної дисперсії (R^2) пояснює фактор, уведений для виокремлення підгруп (у нашому випадку — регіонів Європи).

Найзагальніша формула має такий вигляд:

$$2.2. R^2 = \frac{T_{explained}^2}{T_{total}^2};$$

або

$$2.3. R^2 = 1 - \frac{T_{unexplained}^2}{T_{total}^2}.$$

У випадку розглядуваної нами моделі T_{within}^2 саме й свідчить про величину непоясненої істинної дисперсії, тобто визначає чисельник для формули (2.3). Що стосується T_{total}^2 то її величина дорівнює істинній мінливості (T^2), обчислюваній у моделі фіксованих ефектів (у нашому випадку вона дорівнює 0,0571, див. стовпчик “Загалом” у таблиці 4). Отже, пропорцію поясненої дисперсії можна знайти за формулою:

$$2.4. R^2 = 1 - \frac{T_{within}^2}{T_{total}^2}.$$

Знайдемо R^2 :

$$R^2 = 1 - \frac{0,0402}{0,0571} = 0,2960.$$

Таким чином, майже 30% істинної мінливості пояснюється регіоном розташування країн. Щоби ця цифра була ще зрозумілішою, звернімося до рисунка (див. рис. 2):

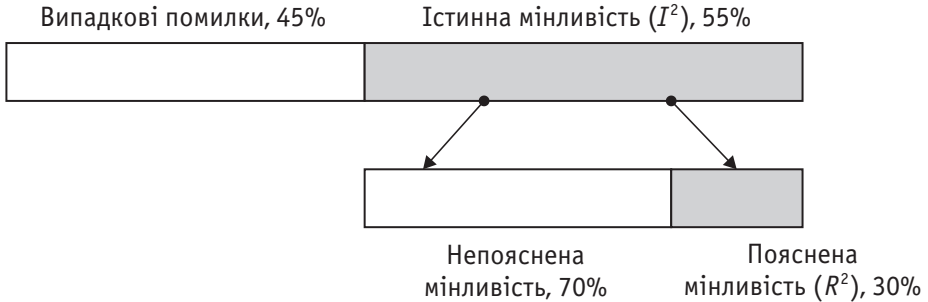


Рис. 2. Мінливість, пояснена в процесі роздільного аналізу підгруп

Також при розрахунку R^2 слід пам'ятати два нюанси. По-перше, незважаючи на те, що можлива величина R^2 потрапляє в інтервал від 0 до 1 (або від 0% до 100%), унаслідок випадкових помилок отримане значення може вийти за межі вказаного інтервалу. У такому разі величину R^2 необхідно прийняти за 0 (якщо отримане значення менше за 0) або за 1 (якщо отримане значення більше за 1). По-друге, використання R^2 має сенс лише тоді, коли ми застосовуємо модель випадкових ефектів, оскільки в моделі фіксованих ефектів передбачається, що вся мінливість зумовлена суто випадковими помилками (тобто істинна мінливість у будь-якому разі прирівнюється до 0).

Висновки

Роздільний аналіз підгруп є базовим підходом до визначення джерел гетерогенності в метааналізі. Попри свою очевидну простоту, роздільний аналіз, подібно до будь-якої іншої статистичної процедури, вимагає дотримання низки вимог: 1) обмежити кількість підгруп до мінімуму (з метою мінімізації отримання «позитивного» результату внаслідок випадковості); 2) за можливості планувати роздільний аналіз заздалегідь, виходячи з концептуальних міркувань (з метою мінімізації зсувів на підставі конкретного результату); 3) враховувати той факт, що на виявленні відмінностей можуть впливати й інші невраховані чинники [Diversity and heterogeneity, s.a.].

У нашому випадку, поділ Європи на два регіони цілком вписується в певні теоретичні рамки, що свідчить на користь отриманих статистично значимих відмінностей. Так, у країнах Західної Європи спостерігається менше нерівності в шансах мати роботу за кордоном, ніж у країнах Східної Європи (такий висновок впливає із результатів усіх трьох моделей, розглянутих вище).

З іншого боку, результати окремо для країн Східної Європи вказують на внутрішню неоднорідність цієї групи країн. Останнє є цілком логічним, адже деякі з них просунулися шляхом євроінтеграції значно далі за інших, що мало позначитися і на гендерній детермінації шансів на роботу за кордоном.

Джерела

Дембицкий С. Метаанализ: ключевые понятия и основы вычислений (на примере данных кросс-национальных исследований) / С. Дембицкий // Социология: теория, методы, маркетинг. — 2012. — № 3. — С. 160–174.

Дембицкий С. Оценка гетерогенности в метаанализе (на примере данных кросс-национальных исследований) / С. Дембицкий // Социология: теория, методы, маркетинг. — 2013. — № 1. — С. 154–165.

Хили Дж. Статистика. Социологические и маркетинговые исследования / Дж. Хили. — К.: ООО “ДиаСофтЮП”; СПб.: Питер, 2005. — 638 с.

Borenstein M. Introduction to Meta-Analysis / M. Borenstein, L. Hedges, J. Higgins, H. Rothstein. — New Jersey: Wiley, 2009.

Diversity and heterogeneity [Electronic source]. — Режим доступу:
<http://www.cochrane-net.org/openlearning/html/mod13-5.htm>

Song F. Methods for Exploring Heterogeneity in Meta-Analysis / F. Song, T. Sheldon, A. Sutton, K. Abrams, D. Jones // Evaluation and the Health Professions. — 2001. — № 2. — P. 126–151.